# Über den Bau der Atomkerne. I.

Von **W. Heisenberg** in Leipzig.

Mit 1 Abbildung. (Eingegangen am 7. Juni 1932.)

Es werden die Konsequenzen der Annahme diskutiert, daß die Atomkerne aus Protonen und Neutronen ohne Mitwirkung von Elektronen aufgebaut seien. § 1. Die Hamiltonfunktion des Kerns. § 2. Das Verhältnis von Ladung und Masse und die besondere Stabilität des He-Kerns. § 3 bis 5. Stabilität der Kerne und radioaktive Zerfallsreihen. § 6. Diskussion der physikalischen Grundannahmen.

Durch die Versuche von Curie und Joliot[1]) und deren Interpretation durch Chadwick[2]) hat es sich herausgestellt, daß im Aufbau der Kerne ein neuer fundamentaler Baustein, das Neutron, eine wichtige Rolle spielt. Dieses Ergebnis legt die Annahme nahe, die Atomkerne seien aus Protonen und Neutronen ohne Mitwirkung von Elektronen aufgebaut[3]). Ist diese Annahme richtig, so bedeutet sie eine außerordentliche Vereinfachung für die Theorie der Atomkerne. Die fundamentalen Schwierigkeiten, denen man in der Theorie des $\beta$-Zerfalls und der Stickstoffkernstatistik begegnet, lassen sich nämlich dann reduzieren auf die Frage, in welcher Weise ein Neutron in Proton und Elektron zerfallen kann und welcher Statistik es genügt, während der eigentliche Aufbau der Kerne nach den Gesetzen der Quantenmechanik aus den Kraftwirkungen zwischen Protonen und Neutronen beschrieben werden kann.

*§ 1.* Für die folgenden Überlegungen wird angenommen, daß die Neutronen den Regeln der Fermistatistik folgen und den Spin $\frac{1}{2}\frac{h}{2\pi}$ besitzen. Diese Annahme wird notwendig sein, um die Statistik des Stickstoffkerns zu erklären, und entspricht den empirischen Ergebnissen über die Kernmomente. Wollte man das Neutron als zusammengesetzt aus Proton und Elektron auffassen, so müßte man daher dem Elektron Bosestatistik und Spin Null zuschreiben. Es erscheint aber nicht zweckmäßig, ein solches Bild näher auszuführen. Vielmehr soll das Neutron als selbständiger Fundamentalbestandteil betrachtet werden, von dem allerdings angenommen wird, daß er unter geeigneten Umständen in Proton und Elektron auf-

1) I. Curie u. F. Joliot, C. R. **194**, 273, 876, 1932.
2) J. Chadwick, Nature **129**, 312, 1932.
3) Vgl. auch D. Iwanenko, ebenda S. 798.

spalten kann, wobei vermutlich die Erhaltungssätze für Energie und Impuls nicht mehr anwendbar sind[1]).

Von den Kraftwirkungen der elementaren Kernbausteine aufeinander betrachten wir zunächst die zwischen Neutron und Proton. Bringt man Neutron und Proton in einen mit Kerndimensionen vergleichbaren Abstand, so wird — in Analogie zum $H_2^+$-Ion — ein Platzwechsel der negativen Ladung eintreten, dessen Frequenz durch eine Funktion $\frac{1}{h} J(r)$ des Abstandes $r$ der beiden Teilchen gegeben ist. Die Größe $J(r)$ entspricht dem Austausch- oder richtiger Platzwechselintegral der Molekültheorie. Diesen Platzwechsel kann man wieder durch das Bild der Elektronen, die keinen Spin haben und den Regeln der Bosestatistik folgen, anschaulich machen. Es ist aber wohl richtiger, das Platzwechselintegral $J(r)$ als eine fundamentale Eigenschaft des Paares Neutron und Proton anzusehen, ohne es auf Elektronenbewegungen reduzieren zu wollen.

Ähnlich wird die Wechselwirkung zweier Neutronen durch eine Wechselwirkungsenergie $-K(r)$ beschrieben werden, wobei man wegen der Analogie zum $H_2$-Molekül annehmen kann, daß diese Energie zu einer Anziehungskraft zwischen den Neutronen führt[2]). Endlich bezeichnen wir den Massendefekt des Neutrons relativ zum Proton (im Energiemaß) mit $D$. Es wird nun weiter angenommen, daß außer den durch die Funktionen $J(r)$ und $K(r)$ gegebenen Kraftwirkungen und der Coulombschen Abstoßung $e^2/r$ zwischen je zwei Protonen keine merklichen Kraftwirkungen zwischen den Bausteinen des Kerns auftreten sollen. Ferner sollen alle relativistischen Effekte, also auch die Wechselwirkung zwischen Spin und Bahn vernachlässigt werden. Über die Funktionen $J(r)$ und $K(r)$ lassen sich nur einige ganz allgemeine Aussagen machen. Man wird vermuten, daß sie in Bereichen der Ordnung $10^{-12}$ cm mit wachsendem $r$ rasch nach Null absinken. Ferner soll in Analogie zu den Molekülen angenommen werden, daß für normale Werte von $r$ die Funktion $J(r)$ größer ist als $K(r)$; diese Annahme erweist sich später als wichtig. Der Massendefekt $D$ des Neutrons dürfte klein gegen die gewöhnlichen Massendefekte der Elemente sein.

Um nun die Hamiltonfunktion des Atomkerns aufzuschreiben, erweisen sich folgende Variablen als zweckmäßig: Jedes Teilchen im Kern wird charakterisiert durch fünf Größen, die drei Ortskoordinaten $(x, y, z) = \mathfrak{r}$, den Spin $\sigma^z$ in der $z$-Richtung und durch eine fünfte Zahl $\varrho^\zeta$, die der beiden

---

[1]) Vgl. N. Bohr, Faraday Lecture, Journ. Chem. Soc. 1932, S. 349.

[2]) Für den Hinweis hierauf und für manche anderen wertvollen Diskussionen möchte ich Herrn W. Pauli herzlich danken.

Werte $+1$ und $-1$ fähig ist. $\varrho^\zeta = +1$ soll bedeuten, das Teilchen sei ein Neutron, $\varrho^\zeta = -1$ bedeutet, das Teilchen sei ein Proton. Da in der Hamiltonfunktion wegen des Platzwechsels auch Übergangselemente von $\varrho^\zeta = +1$ nach $\varrho^\zeta = -1$ vorkommen, erweist es sich als zweckmäßig, auch die Matrizen

$$\varrho^\xi = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}, \quad \varrho^\eta = \begin{vmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{vmatrix}, \quad \varrho^\zeta = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}$$

einzuführen. Der Raum der $\xi$, $\eta$, $\zeta$ hat aber natürlich nichts mit dem wirklichen Raum zu tun.

In diesen Variablen lautet die vollständige Hamiltonfunktion der Kerne ($M$ Protonenmasse, $r_{kl} = |\mathfrak{r}_k - \mathfrak{r}_l|$, $\mathfrak{p}_k$ Impuls des Teilchens $k$):

$$\left.\begin{aligned} H = \frac{1}{2M} \sum_k \mathfrak{p}_k^2 - \frac{1}{2} \sum_{k>l} J(r_{kl}) (\varrho_k^\xi \varrho_l^\xi + \varrho_k^\eta \varrho_l^\eta) \\ - \frac{1}{4} \sum_{k>l} K(r_{kl}) \cdot (1 + \varrho_k^\zeta)(1 + \varrho_l^\zeta) \\ + \frac{1}{4} \sum_{k>l} \frac{e^2}{r_{kl}} (1 - \varrho_k^\zeta)(1 - \varrho_l^\zeta) \\ - \frac{1}{2} D \sum_k (1 + \varrho_k^\zeta). \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Von den fünf Gliedern bedeutet das erste die kinetische Energie der Teilchen, das zweite die Platzwechselenergien, das dritte die Anziehungskräfte der Neutronen, das vierte die Coulombsche Abstoßung der Protonen, das fünfte die Massendefekte der Neutronen.

Es entsteht nun die rein mathematische Aufgabe, aus Gleichung (1) Schlüsse über den Bau der Kerne zu ziehen.

*§ 2.* Wir betrachten im folgenden einen Kern, der aus $n$ Partikeln besteht, und zwar aus $n_1$ Neutronen und $n_2$ Protonen. $n_1 = \frac{1}{2} \sum_k (1 + \varrho_k^\zeta)$ ist mit $H$ in Gleichung (1) vertauschbar, also eine Integrationskonstante, ebenso $n_2$. Vernachlässigt man zunächst die letzten drei Glieder in (1) und behält nur die beiden ersten bei, so bleibt die Energie bei Vorzeichenumkehr von $\sum \varrho_k^\zeta$ aus Symmetriegründen unverändert. Dem Wert $\sum_k \varrho_k^\zeta = 0$ entspricht also sicher ein Extremwert der Energie. Da für $\sum_k \varrho_k^\zeta = n$ in dieser Näherung überhaupt keine Bindungsenergie auftritt, so wird im allgemeinen der *Minimalwert* aller Energien zu $\sum_k \varrho_k^\zeta = 0$ gehören. Man kann den Sachverhalt auch so ausdrücken: Die ersten beiden

Glieder der Hamiltonfunktion sind völlig symmetrisch in Protonen und Neutronen. Das durch Platzwechselintegrale erreichbare Minimum der Energie bekommt man daher dann, wenn der Kern aus ebenso vielen Neutronen wie Protonen besteht. Dieses Resultat paßt gut zu dem experimentellen Befund, daß die Masse der Atomkerne im allgemeinen etwa doppelt so groß ist, wie ihre Ladung (in den Einheiten von Ladung und Masse des Protons). Durch die drei letzten Glieder der Gleichung (1) wird das dem Energieminimum entsprechende Verhältnis von Neutronenzahl zu Protonenzahl zugunsten der ersteren verschoben, und zwar mit wachsender Gesamtanzahl $n$ in immer steigendem Maße wegen der Coulombkräfte der Protonen. Eine ins einzelne gehende Anwendung dieses Ergebnisses auf die Frage, welche Atomkerne in der Natur vorkommen können und welche nicht, setzt eine ausführliche Diskussion der Kernstabilität voraus und soll erst in § 3 bis 5 durchgeführt werden.

Der einzige Kern, für den sich die Lösung von (1) noch unmittelbar angeben läßt, ist das Ureysche Wasserstoffisotop[1]) vom Gewicht 2. Es besteht aus einem Proton und einem Neutron, und die Wellenfunktion $\psi(\mathfrak{r}_1 \varrho_1^\zeta, \mathfrak{r}_2 \varrho_2^\zeta)$, welche Gleichung (1) löst, läßt sich in Analogie zum Helium-Problem der Quantenmechanik stets in der Form schreiben:

$$\psi(\mathfrak{r}_1 \varrho_1^\zeta, \mathfrak{r}_2 \varrho_2^\zeta) = \varphi(\mathfrak{r}_1 \mathfrak{r}_2) \cdot \left(\alpha(\varrho_1^\zeta)\beta(\varrho_2^\zeta) \pm \alpha(\varrho_2^\zeta)\beta(\varrho_1^\zeta)\right). \tag{2}$$

Hier ist zur Abkürzung gesetzt:

$$\left.\begin{aligned} \alpha(\varrho) &= \delta_{\varrho,1}, \\ \beta(\varrho) &= \delta_{\varrho,-1}. \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

Anziehung der beiden Teilchen resultiert, wenn in der Klammer der rechten Seite von (2) das positive Zeichen gewählt wird. $\varphi(\mathfrak{r}_1 \mathfrak{r}_2)$ genügt dann der Wellengleichung:

$$\left\{\frac{1}{2M}(\mathfrak{p}_1^2 + \mathfrak{p}_2^2) - J(r_{12}) - D - W\right\} \varphi(\mathfrak{r}_1 \mathfrak{r}_2) = 0. \tag{4}$$

Im energetisch tiefsten Zustand ist $\varphi(\mathfrak{r}_1 \mathfrak{r}_2)$ symmetrisch in $\mathfrak{r}_1$ und $\mathfrak{r}_2$, was wegen des Spins trotz der Fermistatistik der Teilchen möglich ist.

Eine genauere mathematische Untersuchung des He-Kerns nach Gleichung (1) soll einstweilen nicht unternommen werden. Nur folgende qualitative Überlegungen sollen hier Platz finden: Betrachtet man zunächst Kerne, die nur aus Neutronen bestehen, so erkennt man, daß ein Kern aus zwei Neutronen nach Gleichung (1) ein besonders stabiles Gebilde sein müßte, da die Eigenfunktion des Systems in *zwei* Neutronen (d. h. in ihren

[1]) H. Urey, F. Brickwedde u. G. Murphy, Phys. Rev. **39**, 164, 1932; **40**, 1, 464, 1932.

Koordinaten $\mathfrak{r}$ und $\varrho$), aber wegen des Pauliprinzips nicht in mehr als zwei Neutronen, symmetrisch sein darf. [Der Umstand, daß solche nur aus Neutronen bestehende Kerne aus anderen, nicht in Gleichung (1) enthaltenen Gründen labil sind, soll erst später besprochen werden und spielt für das Folgende keine Rolle.] Aus demselben Grund wird man annehmen dürfen, daß der He-Kern, der aus zwei Protonen und zwei Neutronen besteht, wegen des Pauliprinzips die Rolle einer „abgeschlossenen Schale“ spielt und besonders stabil ist, wie ja auch die Erfahrung lehrt. Dem entspricht auch, daß sein Gesamtspin verschwindet.

Ferner soll die Kraftwirkung untersucht werden, die zwei Kerne in größerem Abstand aufeinander ausüben. Es sei angenommen, daß für jeden der beiden Kerne $\sum \varrho^{\zeta} = 0$, d. h. die Neutronenzahl gleich der Protonenzahl ist. Die Wechselwirkungsenergie der Kerne, die als kleine Störung betrachtet werden kann, hat nach (1) die Form

$$\left.\begin{aligned} H^{(1)} = & -\frac{1}{2}\sum_{k\,k'} J(r_{k k'})\,(\varrho_k\,\varrho_{k'}^{\xi} + \varrho_k^{\eta}\,\varrho_{k'}^{\eta}) \\ & -\frac{1}{4}\sum_{k\,k'} K(r_{k k'})\,(1+\varrho_k^{\zeta})\,(1+\varrho_{k'}^{\zeta}) \\ & +\frac{1}{4}\sum_{k\,k'} \frac{e^2}{r_{k k'}}\,(1-\varrho_k^{\zeta})\,(1-\varrho_{k'}^{\zeta}). \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Hierbei bezieht sich der Index $k$ auf die Teilchen des einen, der Index $k'$ auf die Teilchen des anderen Kerns. Bildet man den zeitlichen Mittelwert von (5) über die ungestörte Bewegung der Kerne, so bleibt eine mittlere Coulombsche Abstoßung der Kerne und eine mittlere Anziehung der Neutronen übrig, wobei die erstere für große, die letztere für kleine Abstände überwiegt. Der zeitliche Mittelwert des an sich größten ersten Gliedes in (5) verschwindet, da der Erwartungswert von $\varrho^{\xi}$ verschwindet, wenn $\sum \varrho^{\zeta} = 0$ bekannt ist (dies folgt am einfachsten aus der Symmetrie des Problems im $\xi, \eta, \zeta$-Raum um die $\zeta$-Achse). Führt man dagegen die Störungsrechnung bis zur zweiten Näherung durch, so geben die Übergangselemente des ersten Gliedes in (5) Anlaß zu einer Anziehung vom Typus der van der Waalsschen Kräfte; denn die Energiestörung zweiter Ordnung hat stets die Form:

$$W_k^{(2)} = -\sum_l \frac{|H_{kl}^{(1)}|^2}{h\,\nu_{kl}}. \tag{6}$$

Zwei Kerne stoßen sich also in großem Abstand vermöge ihrer Ladung ab, in kleinem Abstand werden sie durch eine van der Waalssche Anziehung und durch die Anziehung der Neutronen aneinander gebunden.

*§ 3.* Nach den bisher durchgeführten Überlegungen wird man sich den Kern vorstellen dürfen als ein Gebilde, das im allgemeinen etwas mehr Neutronen als Protonen enthält und in dem je zwei Protonen und zwei Neutronen zu besonders stabilen Konfigurationen, den $\alpha$-Teilchen, zusammengefaßt sind. Es soll nun die Frage untersucht werden, unter welchen Bedingungen ein solcher Kern stabil ist und in welcher Weise er bei Instabilität zerfallen kann.

Betrachten wir zunächst einen Kern, der nur aus Neutronen besteht; wegen der durch das dritte Glied in Gleichung (1) gegebenen Neutronenanziehung wäre ein solcher Kern scheinbar stabil, da es Arbeit kosten würde, ein Neutron aus dem Kern zu entfernen. Wohl aber würde man Energie gewinnen, wenn man ein Neutron aus dem Kern entfernen und ein Proton hinzufügen würde, da der Gewinn beim Zufügen des Protons den Verlust bei Wegnahme des Neutrons überkompensiert; dies gilt unter unserer Annahme, daß die Platzwechselkräfte die Anziehungskräfte zwischen den Neutronen überwiegen. Man wird daher annehmen dürfen, daß ein solcher Kern durch Aussendung von $\beta$-Strahlung zerfallen würde. Obwohl also die Anwendbarkeit von Energie- und Impulssatz auf den Zerfall eines Neutrons nach den experimentellen Befunden über die kontinuierlichen $\beta$-Strahlspektren durchaus fraglich erscheint, so soll hier doch insoweit von einer Energiebilanz der $\beta$-Strahlung Gebrauch gemacht werden, als behauptet wird: Ein $\beta$-Zerfall findet dann und nur dann statt, wenn die Ruhmasse des betrachteten Kerns größer ist als die Summe der Ruhmasse des durch $\beta$-Zerfall entstehenden Kerns und der Ruhmasse des Elektrons. Diese Annahme ist auch bisher in der Theorie des Atomkerns üblich gewesen[1]). Zu ihrer Begründung kann man anführen, daß ein Neutron in Analogie zu quantenmechanischen Systemen wohl auch bei Einwirkung eines starken elektrischen Feldes ab und zu spontan zerfallen würde. Ist nun die Energiebilanz im oben beschriebenen Sinne positiv, so bedeutet dies: Auf das Neutron wirkt im Kern ein Kraftfeld, das es — ähnlich, wie ein elektrisches Feld dies tut — zu zerlegen sucht. Ist die Energiebilanz (die ja stets scharf definiert ist) negativ, so wirkt keine solche Kraft.

Unter Voraussetzung der eben diskutierten Annahme über die Stabilität der Kerne gegenüber dem $\beta$-Zerfall wird man daher schließen dürfen: Der zunächst nur aus Neutronen bestehende Kern wird so lange Neutronen in Protonen durch Aussendung von $\beta$-Strahlen verwandeln, bis die Energie, die durch Zufügung eines Protons gewonnen wird, genau gleich groß ist

---

[1]) G. Gamow, Der Bau des Atomkerns und die Radioaktivität. Leipzig 1932.

wie die Energie, die beim Abreißen des Neutrons aufgewendet werden muß, also bis das Minimum der bei konstanter Teilchenzahl gezeichneten Energiekurve erreicht ist. Bei noch geringeren Neutronenzahlen ist der Kern jedenfalls gegen $\beta$-Zerfall stabil.

Die Lage des Minimums als Funktion der Ordnungszahl kann man etwa folgendermaßen abschätzen: Der Gewinn an Platzwechselenergie, der beim Zufügen eines Protons frei wird, kann — wenn man annimmt, daß die Funktion $J(r)$ mit wachsendem Abstand hinreichend rasch verschwindet — bei schweren Kernen im wesentlichen nur von dem Verhältnis $n_1/n_2$ der Neutronenzahl zur Protonenzahl abhängen; er wird also durch eine Funktion $f(n_1/n_2)$ gegeben sein. Ebenso wird der Energieverlust, der mit dem Abreißen eines Neutrons verbunden ist, für schwere Kerne einem nur von $n_1/n_2$ abhängigen Wert $g(n_1/n_2)$ zustreben. Schließlich ist beim Zufügen des Protons noch gegen die elektrostatischen Kräfte die Energie

$$\frac{n_2 e^2}{R} \sim \text{const} \cdot \frac{n_2}{\sqrt[3]{n}}$$

aufzuwenden ($R$ bedeutet den Kernradius und wird hier näherungsweise proportional $\sqrt[3]{n}$ gesetzt). Die Lage des Minimums wird also durch die Gleichung gegeben:

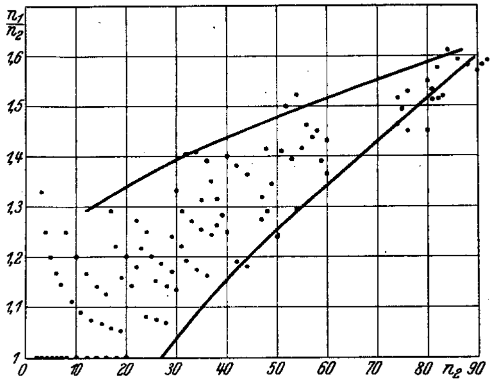

Fig. 1.

$$f\left(\frac{n_1}{n_2}\right) = g\left(\frac{n_1}{n_2}\right) + \text{const} \cdot \frac{n_2}{\sqrt[3]{n}}. \tag{7}$$

Nimmt man an, daß $f(n_1/n_2)$ und $g(n_1/n_2)$ näherungsweise als lineare Funktionen von $n_1/n_2$ betrachtet werden können, so erhält man in dieser Näherung

$$\frac{n_1}{n_2} = C_1 + C_2 \frac{n_2}{\sqrt[3]{n}}, \tag{8}$$

wobei $C_1$ und $C_2$ Konstanten sind.

In Fig. 1 ist zu jeder Kernladungszahl der Maximalwert und der Minimalwert des Verhältnisses $n_1/n_2$ aufgetragen, der für das betreffende Element beobachtet ist. Diese Werte schwanken noch sehr stark, was zum Teil wohl darauf zurückzuführen ist, daß für viele Elemente noch stabile Isotope existieren können, die wegen ihrer Seltenheit bisher nicht bemerkt wurden. Zum Vergleich mit (8) wurde durch die höchstgelegenen Punkte eine Kurve vom Typus (8) mit den Konstanten $C_1 = 1{,}173$, $C_2 = 0{,}0225$ gezogen. Der qualitative Verlauf des Verhältnisses $n_1/n_2$ im System der Kerne wird also durch eine Kurve der Art (8) gut wiedergegeben.

*§ 4.* Sinkt der Wert des Verhältnisses $n_1/n_2$ unter einen bestimmten kritischen Wert, so kann insbesondere bei schweren Kernen die Coulombsche Abstoßung der positiven Ladungen im Verhältnis zu den Platzwechsel- und Neutronenkräften so groß werden, daß der Kern durch Aussendung von $\alpha$-Teilchen spontan zerfällt. Daß dieser Zerfall nicht unter Aussendung von Protonen, sondern von $\alpha$-Teilchen erfolgt, ergibt sich aus der im allgemeinen erheblich geringeren Bindung der $\alpha$-Teilchen an den Kern. Die Kerne, die durch $\beta$-Zerfall höherer Kerne entstanden sind, könnten sogar prinzipiell nicht unter Aussendung von Protonen zerfallen, da der $\beta$-Zerfall stets an einer Stelle ein Ende erreicht, wo die Entfernung eines Protons noch einen Energieaufwand erfordern würde.

Der Minimalwert des Verhältnisses $n_1/n_2$ ergibt sich aus der Bedingung, daß die bei Aussendung des $\alpha$-Teilchens zu gewinnende Coulombsche Energie kompensiert wird durch die anderen Wechselwirkungsenergien des $\alpha$-Teilchens mit dem Restkern. Die letzteren Energien werden bei schweren Kernen wieder nur vom Verhältnis $n_1/n_2$ abhängen. Nimmt man wieder die Abhängigkeit näherungsweise als linear an, so kommt man wie in (8) zu einer Gleichung:

$$\frac{n_1}{n_2} = c_1 + c_2 \frac{n_2}{\sqrt[3]{n}}. \tag{9}$$

In Fig. 1 wurde die Kurve (9) mit den Konstanten $c_1 = 0{,}47$, $c_2 = 0{,}077$ eingezeichnet, die ungefähr die Lage der tiefstgelegenen Punkte wiedergibt. Bei der Beurteilung der beiden Kurven in Fig. 1 ist zu beachten, daß die vier Konstanten $C_1$, $C_2$, $c_1$, $c_2$ empirisch bestimmt wurden, daß die Gleichungen (8) und (9) nur Näherungslösungen darstellen und daß schließlich — und dies ist der wichtigste Punkt — in einer entwickelten Theorie die Stabilität eines Kerns nicht allein vom Wert des Verhältnisses $n_1/n_2$, sondern auch von feineren Zügen der Kernstruktur abhängen muß. Die beiden Kurven haben daher als Stabilitätsgrenzen für $\beta$- und $\alpha$-Zerfall nur qualitative Bedeutung. In dem Gebiet, wo die beiden Kurven einander nahekommen, liegen die radioaktiven Elemente, und das Verhalten dieser Elemente soll im folgenden noch genauer diskutiert werden.

*§ 5.* Schon ein oberflächlicher Blick auf die Fig. 1 lehrt, daß bei den radioaktiven Elementen der Wert des Verhältnisses $n_1/n_2$ allein nicht genügt, um die Stabilität der Kerne zu beurteilen. Die kritischen Verhältniszahlen liegen in den drei radioaktiven Familien an verschiedenen Stellen und selbst innerhalb der einzelnen radioaktiven Zerfallsreihe hängt die Stabilität gegenüber $\beta$-Zerfall noch an speziellen Eigenschaften des Kerns, die sogleich zu diskutieren sind. Nehmen wir etwa an, daß am Anfang einer Zerfallsreihe ein Kern mit gerader Protonenzahl steht und daß dieser noch stabil ist gegenüber $\beta$-Zerfall. Durch Aussendung von $\alpha$-Teilchen wird sich dieser Kern in Kerne geringerer Protonen- und Neutronenzahl verwandeln, und das Verhältnis $n_1/n_2$ wird hierdurch anwachsen, bis es einen kritischen Wert übersteigt. Dann tritt $\beta$-Zerfall ein, d. h. es ist nun eben energetisch günstig, ein Neutron wegzunehmen und ein Proton hinzuzufügen; nach diesem Zerfall ist die Protonenzahl ungerade. Wegen der großen Stabilität des He-Kerns ist es dann sicher auch noch energetisch günstig, ein zweites Neutron in ein Proton zu verwandeln und auf diese Weise einen He-Kern im Innern des Kerns aufzubauen. Bei anfänglich gerader Ordnungszahl kann der Kern also stets *zwei* $\beta$-Teilchen hintereinander emittieren, bei anfänglich ungerader Protonenzahl wird nur *eins* ausgeschleudert. Diese Regel bestätigt sich überall in den radioaktiven Zerfallsreihen. Das kritische Verhältnis $n_1/n_2$ liegt also für die Aussendung des ersten $\beta$-Teilchens höher als für die Aussendung des zweiten. Nach Aussendung der beiden $\beta$-Teilchen wird im allgemeinen das Verhältnis $n_1/n_2$ soweit gesunken sein, daß nun kein weiterer $\beta$-Zerfall eintritt. Wohl aber kann sich dann ein Zerfall durch $\alpha$-Strahlung anschließen, der das Verhältnis $n_1/n_2$ allmählich wieder erhöht, bis es zum zweiten Mal den kritischen Wert (und zwar den für gerade Protonenzahl) überschreitet; dann tritt wieder $\beta$-Zerfall ein, usw. Schließlich wird der Kern an irgendeiner Stelle stabil. Es kommt auch vor, daß ein Kern sowohl durch Aussendung von $\beta$-Strahlen wie von $\alpha$-Strahlen zerfallen kann; dort treten dann die bekannten Verzweigungen auf, die hier nicht weiter diskutiert werden sollen. Die Tabelle 1 gibt für die drei radioaktiven Zerfallsreihen die Ordnungszahl $n_2$, die Neutronenzahl $n_1$ und das Verhältnis $n_1/n_2$ an. Die Verhältniszahlen, für die $\beta$-Zerfall eintritt, sind fettgedruckt. Man entnimmt aus der Tabelle, daß in der Tat die zweite $\beta$-Labilität der Zerfallsreihen (bei den $B$-Produkten) genau an der Stelle eintritt, wo das Verhältnis $n_1/n_2$ den durch die erste $\beta$-Labilität bestimmbaren kritischen Wert überschreitet. Nur die dritte $\beta$-Labilität

in der Radiumreihe (bei Ra D) läßt sich durch diese einfache Vorstellung nicht deuten.

*Tabelle 1.*

| Thoriumreihe | | | | Radiumreihe | | | | Actiniumreihe | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Element | $n_2$ | $n_1$ | $n_1/n_2$ | Element | $n_2$ | $n_1$ | $n_1/n_2$ | Element | $n_2$ | $n_1$ | $n_1/n_2$ |
| Th | 90 | 142 | 1,579 | $U_I$ | 92 | 146 | 1,588 | Pa | 91 | 144 | 1,582 |
| $\alpha$ | | | | $\alpha$ | | | | $\alpha$ | | | |
| $MTh_1$ | 88 | 140 | **1,591** | $UX_1$ | 90 | 144 | **1,600** | Ac | 89 | 142 | **1,596** |
| $\beta$ | | | | $\beta$ | | | | $\beta$ | | | |
| $MTh_2$ | 89 | 139 | **1,562** | $UX_2$ | 91 | 143 | **1,571** | Ra Ac | 90 | 141 | 1,567 |
| $\beta$ | | | | $\beta$ | | | | $\alpha$ | | | |
| Ra Th | 90 | 138 | 1,533 | $U_{II}$ | 92 | 142 | 1,544 | Ac X | 88 | 139 | 1,580 |
| $\alpha$ | | | | $\alpha$ | | | | $\alpha$ | | | |
| Th X | 88 | 136 | 1,545 | Jo | 90 | 140 | 1,556 | Ac Em | 86 | 137 | 1,593 |
| $\alpha$ | | | | $\alpha$ | | | | $\alpha$ | | | |
| Th Em | 86 | 134 | 1,558 | Ra | 88 | 138 | 1,569 | Ac A | 84 | 135 | 1,608 |
| $\alpha$ | | | | $\alpha$ | | | | $\alpha$ | | | |
| Th A | 84 | 132 | 1,571 | Ra Em | 86 | 136 | 1,582 | Ac B | 82 | 133 | **1,622** |
| $\alpha$ | | | | $\alpha$ | | | | $\beta$ | | | |
| Th B | 82 | 130 | **1,587** | Ra A | 84 | 134 | 1,595 | Ac C | 83 | 132 | **1,590** |
| $\beta$ | | | | $\alpha$ | | | | $\beta$ | | | |
| Th C | 83 | 129 | **1,555** | Ra B | 82 | 132 | **1,610** | Ac C' | 84 | 131 | 1,560 |
| $\beta$ | | | | $\beta$ | | | | $\alpha$ | | | |
| Th C' | 84 | 128 | 1,524 | Ra C | 83 | 131 | **1,579** | Ac D | 82 | 129 | 1,573 |
| $\alpha$ | | | | $\beta$ | | | | | | | |
| Th D | 82 | 126 | 1,537 | Ra C' | 84 | 130 | 1,548 | | | | |
| | | | | $\alpha$ | | | | | | | |
| | | | | Ra D | 82 | 128 | **1,561** | | | | |
| | | | | $\beta$ | | | | | | | |
| | | | | Ra E | 83 | 127 | **1,530** | | | | |
| | | | | $\beta$ | | | | | | | |
| | | | | Ra F | 84 | 126 | 1,500 | | | | |
| | | | | $\alpha$ | | | | | | | |
| | | | | Ra G | 82 | 124 | 1,512 | | | | |

Die kritischen Verhältnisse für den $\beta$-Zerfall bei gerader bzw. ungerader Protonenzahl sind also ungefähr in der Thoriumreihe 1,585 bzw. 1,55, in der Radiumreihe 1,595 bzw. 1,57, in der Actiniumreihe 1,62 bzw. 1,59. Der $\beta$-Zerfall des Ra D lehrt uns allerdings, daß außer der Zahl $n_1/n_2$ und der besonderen Stabilität des He-Kerns noch andere Struktureigenschaften der Kerne für ihre Stabilität eine Rolle spielen können.

*§ 6.* Zum Schluß soll noch kurz auf die Frage eingegangen werden, welches die prinzipiellen Genauigkeitsgrenzen sind, innerhalb deren eine Hamiltonfunktion des Kerns vom Typus (1) das physikalische Verhalten der Kerne sinngemäß beschreiben kann. Betrachtet man die Kerne als analog zu Molekülen, und vergleicht die Neutronen mit Atomen, so kommt man zu dem Schluß, daß Gleichung (1) nur gelten kann, wenn die Bewegung der Protonen langsam relativ zur Bewegung des Elektrons im Neutron

erfolgt; d. h. die Protonengeschwindigkeit muß klein sein gegen die Lichtgeschwindigkeit. Aus diesem Grunde hatten wir alle relativistischen Glieder in der Hamiltonfunktion (1) fortgelassen. Der Fehler, den man hierbei begeht, ist von der Größenordnung $(v/c)^2$, also etwa 1 %. In dieser Näherung kann sozusagen das Neutron noch als statisches Gebilde aufgefaßt werden, wie wir es oben getan haben. Man muß sich aber darüber klar sein, daß es andere physikalische Phänomene gibt, bei denen das Neutron nicht mehr als statisches Gebilde betrachtet werden kann und von denen dann Gleichung (1) keine Rechenschaft geben kann. Zu diesen Phänomenen gehört z. B. der Meitner-Hupfeld-Effekt, die Streuung von $\gamma$-Strahlen an Kernen. Ebenso gehören alle die Experimente dazu, bei denen die Neutronen in Protonen und Elektronen zerlegt werden können; ein Beispiel hierfür bildet die Bremsung von Höhenstrahlungselektronen beim Durchgang durch Atomkerne. Für die Diskussion solcher Versuche wird daher ein genaueres Eingehen auf die fundamentalen Schwierigkeiten, die in den kontinuierlichen $\beta$-Strahlspektren in Erscheinung treten, unerläßlich.